



Ángulos del centro e inscrito en una circunferencia

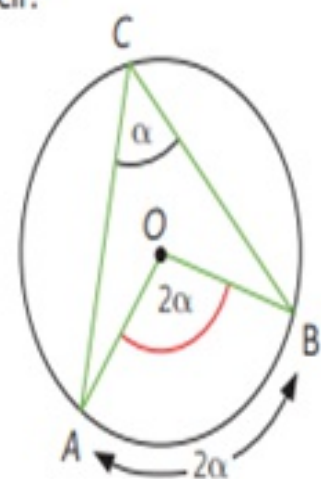
En una circunferencia de centro O , el ángulo del centro es aquel que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y cuyos lados son radios de esta. La medida del arco $\widehat{AB}$ es igual a la medida del ángulo del centro AOB . Es decir:

$$m(\angle AOB) = m(\widehat{AB})$$

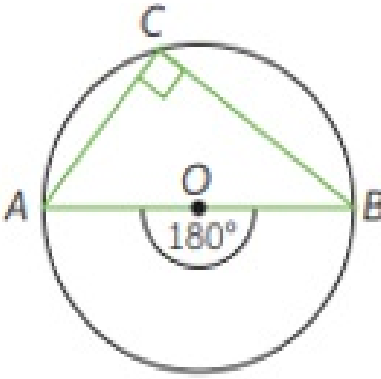
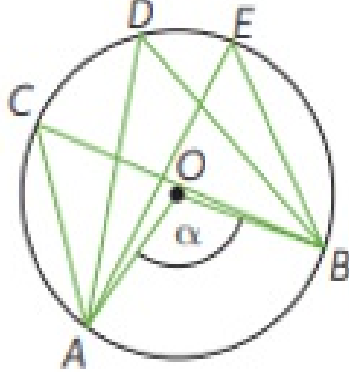
El ángulo inscrito es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y cuyos lados son cuerdas de la misma.

Si un ángulo del centro y un ángulo inscrito en una circunferencia subtienden el mismo arco, el ángulo del centro mide el doble que el ángulo inscrito.

Además de lo anterior, en una circunferencia de centro O , se cumplen los siguientes teoremas:

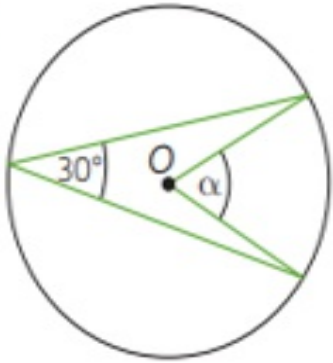


$$m(\angle AOB) = 2m(\angle ACB)$$

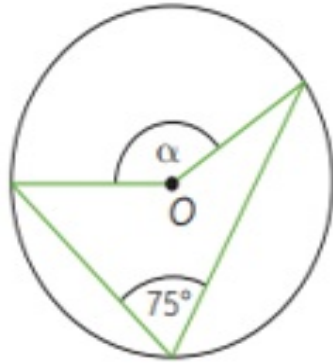
Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.		$m(\angle ACB) = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$
Ángulos inscritos que subtienden arcos iguales son congruentes entre sí.		$m(\angle ACB) = \frac{m(\angle AOB)}{2}; \quad m(\angle ADB) = \frac{m(\angle AOB)}{2}$ $m(\angle AEB) = \frac{m(\angle AOB)}{2}$ Por lo tanto, $\angle ACB \cong \angle ADB \cong \angle AEB$

I. Calcula la medida de α en cada caso.

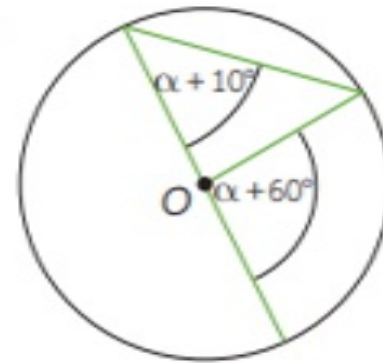
a.



b.



c.



$$a) 2 \cdot 30^\circ = \alpha$$

$$60^\circ = \alpha$$

✓✓

$$b) 2 \cdot 75^\circ = \alpha$$

$$150^\circ = \alpha$$

✓✓

$$c) 2(\alpha + 10) = \alpha + 60^\circ$$

$$2\alpha + 20 = \alpha + 60^\circ$$

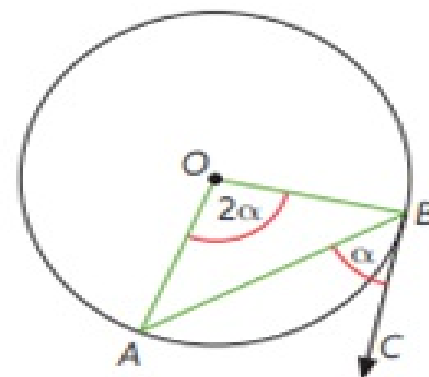
$$2\alpha - \alpha = 60^\circ - 20^\circ$$

$$\alpha = 40^\circ$$

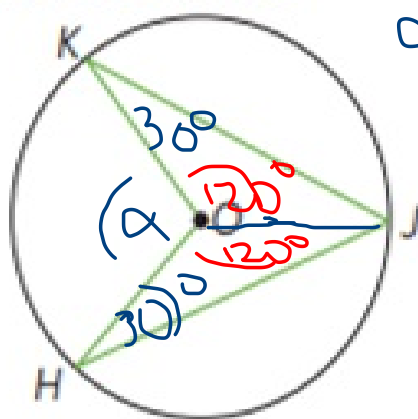
✓✓

El ángulo semiinscrita es aquel cuyo vértice pertenece a la circunferencia. Además, uno de sus lados es una cuerda y el otro es tangente a la circunferencia.

Teorema: si un ángulo del centro y un ángulo semiinscrita en una circunferencia subtienden el mismo arco, el ángulo del centro mide el doble que el ángulo semiinscrita.

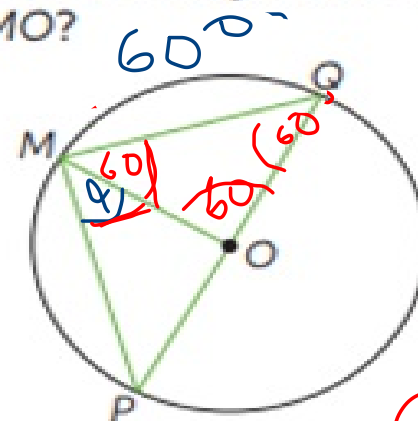


- a. Si $\angle OKJ$ y $\angle JHO$ miden 30° , ¿cuál es la medida de $\angle KOH$?



$$\alpha = 120^\circ$$

- b. Si $\overline{PQ}$ es diámetro y la medida angular de $\widehat{QM}$ es 60° , ¿cuál es la medida de $\angle PMO$?



$$\alpha = 30^\circ$$

$$\angle OKJ = 30^\circ = \angle OJH$$

$\triangle PMQ$ es recto.

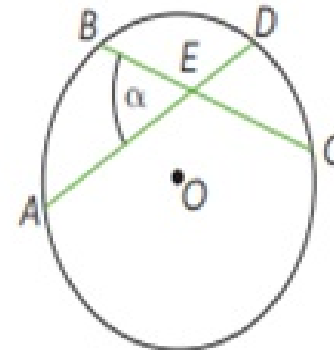
$\triangle OHJ$ y $\triangle OKJ$ isósceles.

Ángulos interiores y exteriores en la circunferencia

Dada una circunferencia de centro O , con $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ secantes que se intersectan en el punto E , se cumple lo siguiente:

Teorema: La medida de un ángulo interior es igual a la semisuma de los arcos que subtienden sus lados y la prolongación de ellos.

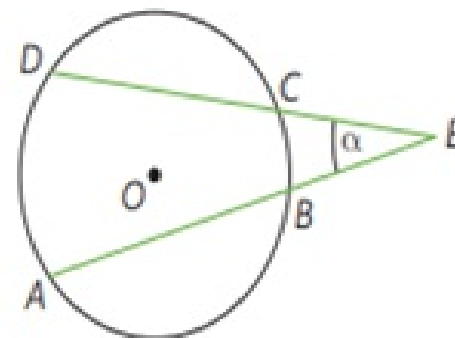
$$\alpha = \frac{m(\widehat{BA}) + m(\widehat{CD})}{2}$$



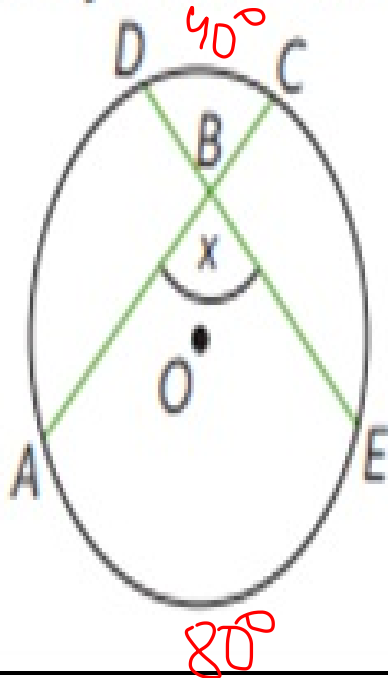
Dada una circunferencia de centro O , con $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ secantes que se intersectan en el punto E , se cumple lo siguiente:

Teorema: La medida de un ángulo exterior es igual a la mitad de la diferencia de los arcos que subtienden los lados del ángulo.

$$\alpha = \frac{m(\widehat{DA}) - m(\widehat{BC})}{2}$$



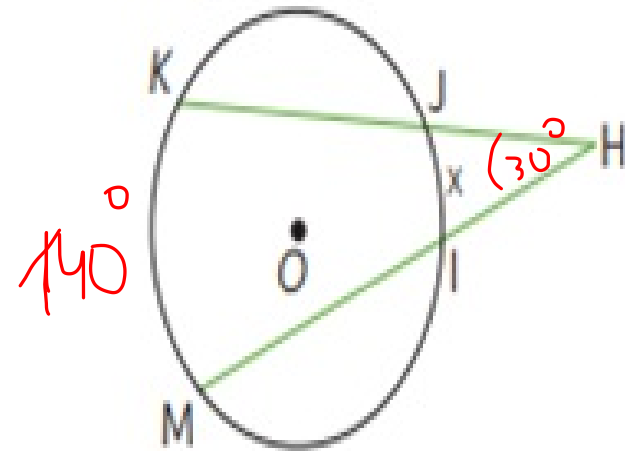
a. $m(\widehat{AE}) = 80^\circ$ y $m(\widehat{CD}) = 40^\circ$.



$$x = \frac{80 + 40}{2}$$

$$x = \frac{120^\circ}{2} \Rightarrow x = 60^\circ$$

B. La medida de $\angle KHM$ es 30° y la medida angular de $\widehat{KM}$ es 140° .



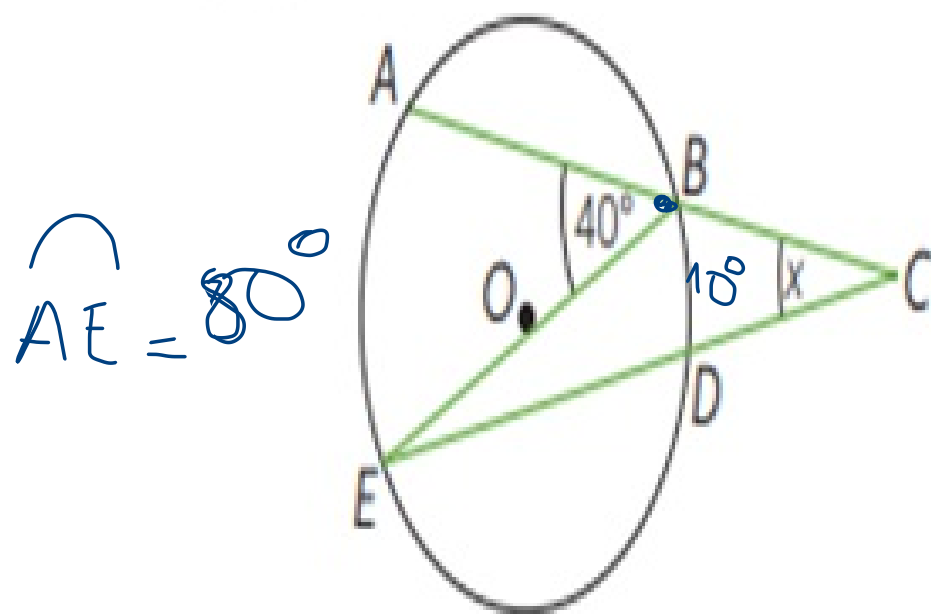
$$30^\circ = \frac{140^\circ - x^\circ}{2}$$

$$60 = 140 - x^\circ$$

$$x = 140 - 60^\circ$$

$$x = 80^\circ$$

f. $m(\widehat{DB}) = 10^\circ$.

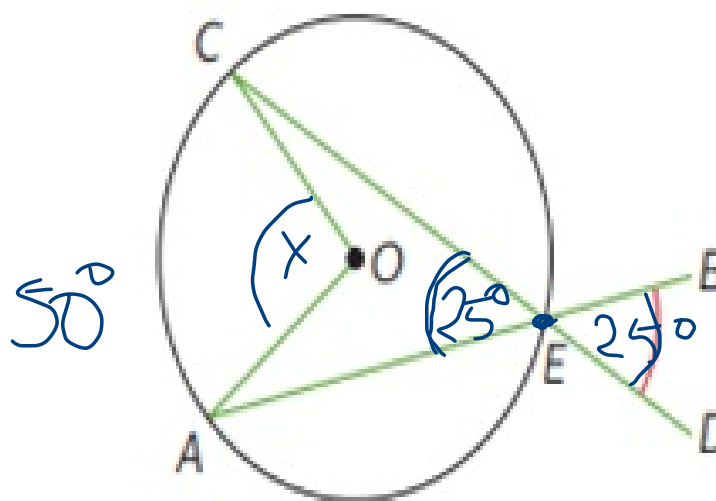


$$X = \frac{80^\circ - 10^\circ}{2}$$

$$X^\circ = \frac{70^\circ}{2}$$

$$X^\circ = 35^\circ$$

a. En la circunferencia de centro O , $\angle DEB$ mide 25° . ¿Cuál es la medida de $\angle COA$?



$$\angle AEC = 25^\circ$$

$$\angle COA = 2 \cdot 25^\circ$$

$$\angle COA = 50^\circ$$