

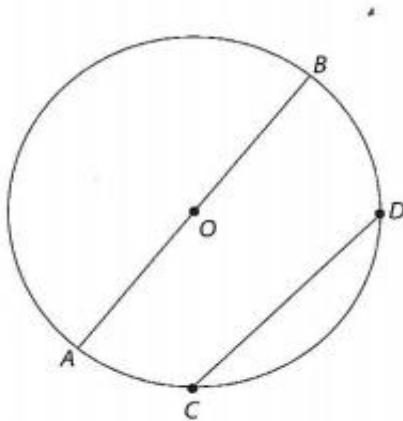


GUIA I – GENERALIDADES Y ANGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

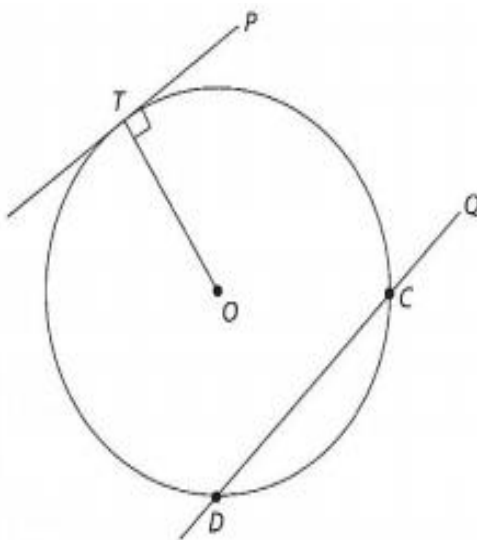
3.1.4. Generalidades y ángulos en la circunferencia

Una **circunferencia** es el conjunto de puntos que se encuentran a igual distancia de un punto común, denominado centro. Un **círculo** es la región delimitada por la circunferencia.

A continuación se describen los elementos, según las circunferencias de las figuras.



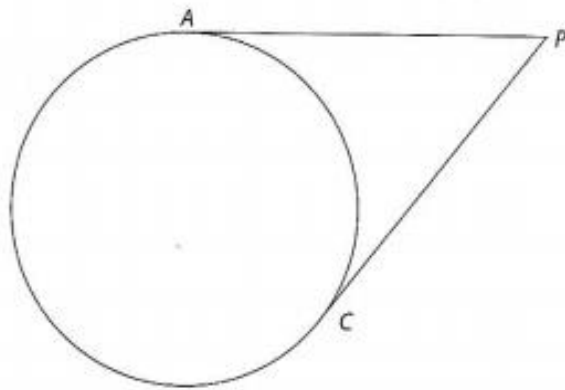
- **Centro (O)**
- **Radio:** trazo recto que une el centro con un punto de la circunferencia ($\overline{OA}$ y $\overline{OB}$).
- **Cuerda:** trazo recto que une dos puntos de la circunferencia ($\overline{CD}$).
- **Diámetro:** cuerda mayor. Pasa por el centro de la circunferencia ($\overline{AB}$). Diámetro = $2 \cdot$ radio
- **Arco de circunferencia:** porción de circunferencia que va de un punto a otro, en sentido antihorario ($\widehat{CD}$).



- **Secante (Q):** es aquella recta que intersecta en dos puntos a la circunferencia (D y C).
- **Tangente (P):** es aquella recta que intersecta en un único punto a la circunferencia. Dicho punto se llama punto de tangencia (T).
- **Propiedad:** la tangente P es perpendicular en T al radio $\overline{OT}$.

Teorema de las tangentes: indica que si desde un punto P exterior a la circunferencia se trazan dos tangentes distintas a ellas, estas son congruentes entre sí.

Sean $\overline{PA}$ y $\overline{PC}$ tangentes a la circunferencia. Se cumple que:

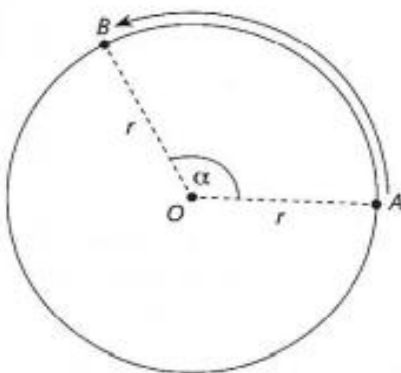


$$\overline{PA} \cong \overline{PC}$$

Conceptos fundamentales: El perímetro de la circunferencia es la longitud de su contorno y se calcula por: **Perímetro = $2\pi \cdot \text{radio}$** .

El área de un círculo es la medida de la superficie delimitada por la circunferencia y se calcula por: **Área: $\pi \cdot \text{radio}^2$**

En la circunferencia de centro O y radio r de la figura, se tiene al arco AB con ángulo del centro α . Para calcular la longitud del arco AB , mediante proporción directa entre el ángulo del centro y el arco comprendido, se utiliza la siguiente relación:



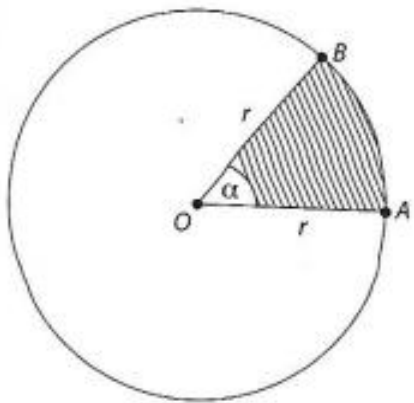
Como el perímetro es la longitud del arco completo (360°), se plantea la proporción directa:

$$\frac{\text{longitud arco } AB}{\text{perímetro de la circunferencia}} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$\frac{\text{longitud arco } AB}{2\pi r} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$\text{longitud arco } AB = \frac{\alpha \cdot 2\pi r}{360^\circ}$$

El **sector circular de un círculo** es la región delimitada por dos radios y el arco de una circunferencia comprendida por estos:



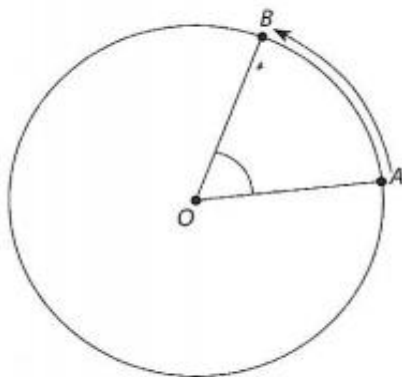
$$\text{Perímetro del sector circular} = 2r + \frac{\alpha \cdot 2\pi r}{360^\circ}$$

Área del sector circular: se obtiene mediante proporción directa entre el ángulo del centro y el área que comprende.

$$\text{Área del sector circular} = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360^\circ}$$

Ángulos en la circunferencia

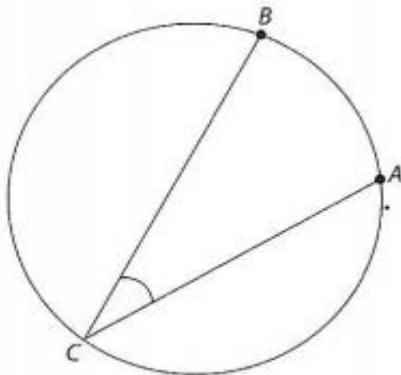
El **ángulo del centro** está formado por dos radios de la circunferencia y tiene su vértice en el centro de esta. Angularmente, mide lo mismo que el arco de circunferencia que subtiende.



O: centro de la circunferencia

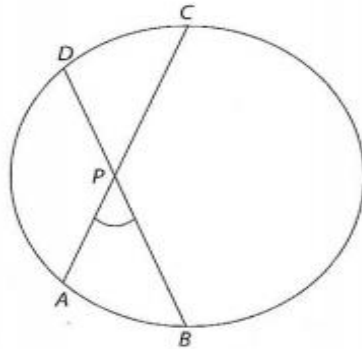
$$\angle AOB = \widehat{AB}$$

El **ángulo inscrito** está formado por dos cuerdas y tiene el vértice en un punto de la circunferencia. Mide la mitad del arco de circunferencia que subtiende.



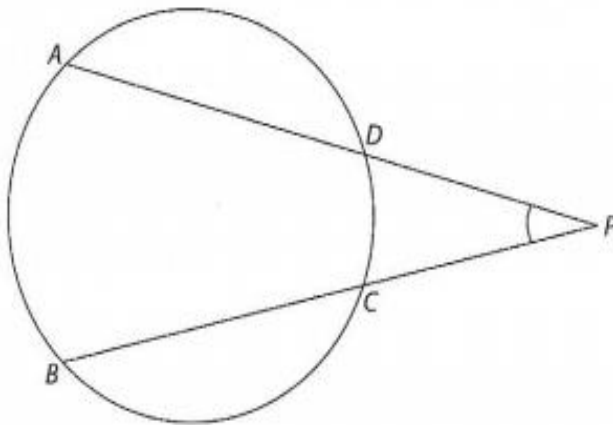
$$\angle ACB = \frac{\widehat{AB}}{2}$$

El **ángulo interior** es aquel que se forma por la intersección de dos cuerdas. Tiene el vértice en la región interior a la circunferencia.



$$\angle APB = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

El **ángulo exterior** es aquel que se forma por la intersección de dos secantes a la circunferencia. Tiene el vértice en la región exterior a la circunferencia.

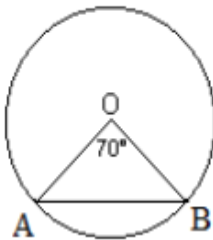


$$\angle APB = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$

Ejercicios:

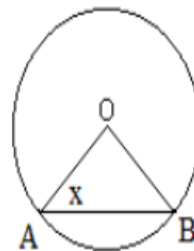
Ejercicio N°1 En la figura, el $\widehat{AB}$ mide:
(O centro de la circunferencia)

- A) 10°
- B) 20°
- C) 35°
- D) 55°
- E) 70°

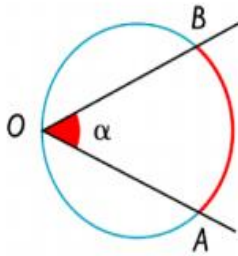


Ejercicio N°2 En la figura, $\widehat{AB} = 100$, entonces el $\angle x$ mide: (O centro de la circunferencia)

- A) 40°
- B) 50°
- C) 60°
- D) 70°
- E) 80°

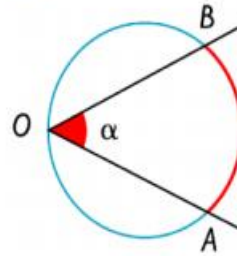


Ejercicio N° 3 Si $\widehat{BA} = 300^\circ$ entonces $\angle \alpha$ mide:



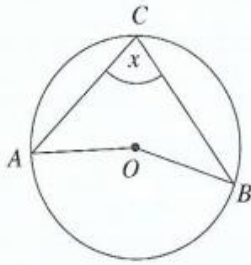
- A) 30°
- B) 60°
- C) 100°
- D) 150°
- E) Ninguna de las anteriores

Ejercicio N° 4 Si $\angle \alpha = 88^\circ$ entonces $\widehat{BA}$ mide:



- A) 44
- B) 88
- C) 176
- D) 184
- E) Ninguna de las anteriores

5. El arco $\widehat{AC}$ de la figura mide 94° y el arco $\widehat{BC}$ mide 108° . ¿Cuál es la medida del ángulo ACB ?



6. Si $m(\widehat{AC}) = 86^\circ$ y $m(\widehat{BD}) = 144^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo APD ?

